単純な内生的成長モデル

石　橋　一　雄

Ⅰ　はじめに

世界各国における産出量の成長率が広範囲にわたって分散していることは，余りにもよく知られた記録的な経済事実である。ある時点で，類似的な労働生産性を持ち合わせた国々は，その後，多岐多様にわたる形態をたどっている。ある国は，表面的には低開発トラップ，長期的停滞（long－term stagnation）の途を歩んでいる。その他の国は，高い経済成長率の軌道を辿っている。この点に関して，アジア，アフリカの発展途上国における戦後の経験は特筆すべきものであるといえよう。1960年代において，アジア，アフリカ諸国における労働者一人当たりの産出量は，ざっとみて，類似的なものであった。しかし，30年後においては，それはまあまあの比率で上昇したにすぎない。過去20年間にわたって，実質産出量は，アジアにおいては，年率で６％以上の成長率で拡大した。これに対して，アフリカにおいては，実質産出量は，2.8％の大きさで成長し，ラテン･アメリカにおいては，実質産出量の成長率は3.7％で成長している。この状況を示したものが，表１である。

労働者一人当たりの産出量は，アジアを除いて，1980年代においては，あらゆる発展途上国地域においては，マイナスの成長率を辿っている。アジアにおいては，この期間中，労働者一人当たりの産出量は，4.4％の成長率で拡大した。このように，世界全体でみれば，地域間によってかなりの「ちらばり」が存在している。1950年において，コスタリカにおける労働者一人当たりの産出量は，アルゼンチンのそれに比較して，半分の大きさに留まった。その後，1990年まで，コスタリカの労働者一人当たりの産出量は，3倍以上に拡大した。一方，アルゼンチンは，以前に比較して２倍に拡大しただけであった。

成長を外生的技術的進歩に依拠するものであると考える「伝統的な新古典派成長理論の接近法」は，世界各国における経済成長の速度（pace）にみられる広義的なちらばりを旨く説明することができないのである。過去数年間にわたって，成長源泉を理解し，観察された世界各国にみられる分散型を説明することにかなりの努力が注入されてきた。この研究は，経済成長を促進する内生的メカニズム（endogenous mechanism）の存在に強烈な光を当てるものであり，公共政策に対して新しい役割を示唆するものであった。これに関する文献は，最近，急速な拡大ペースで発展している。

この論文は，二様の目的で叙述されている。第１の目的は，新古典派成長モデルの枠組みをコンパクトに吟味し，発展途上国における「成長の源泉」に関する利用可能な実証研究を新古典派接近法から導かれる方法論に基づいて検討することである。技術進歩は，先進国経済における研究開発（R&D）によって促進される。技術進歩は，時間の経緯に伴う歴史過程で発明されてきた知識ストック，ないしアイディアの数である。そうなると，$\dot{A}$（＝△A／△t）は，一定期間において造出される新しいアイディアの数である。新しい知識の生産関数は，一般化されたコブ＝ダグラス型の形態である$\dot{A}=B(\chi_K K)^{\beta}\cdot(\chi_L L)^{\gamma}A^{\theta}$の表現形態で示される。このような知識の生産関数をソロー成長モデルの枠組みに注入して，新しい成長理論を展開する。これが第２の目的である。

『新潟産業大学経済学部紀要』第32号，2007年１月

II ソロー＝スワン・モデルから内生的成長モデルへ

成長を内生的に造出するメカニズムを解き明かす新しい成長理論においては，2つの潮流がある。ひとつは，あらゆる生産投入を再生産可能な資本のある形態としてみなすことによって成立する接近法である。他のひとつは，成長過程にスピルオーバー効果（spillover effect），あるいは外部性（externalities）を注入することによって成立する接近法である。スピルオーバー（漏出）は，非金銭的スピルオーバーと金銭的スピルオーバーとに大別される。1） ある産業が他の産業に外部不経済を与えたとき，非金銭的スピルオーバーが起こる。他方，ある産業の変化が他の産業に対して生産要素の供給に影響を及ぼすとき，金銭的スピルオーバーが惹起する。仮に雇用者が新工場に未熟練労働者を採用するためにかれらの賃金率を引き上げるならば，地方の住民は贅沢な支出をおこなう。これは金銭的スピルオーバーである。外部性の存在は，かりにある企業の投入が倍増するならば，他の企業の投入の生産性は増大することを意味する。スピルオーバー効果の導入によって，資本に関する収穫逓減性の仮定が緩和されることになる。大半のモデルにおいては，外部性はあらゆる企業にとって利用可能となる一般的な技術知識の形態をとっている。あらゆる企業は，この技術的知識を新しい生産方法を展開するために利用している。このような想定に対して異議を唱えた人は，ルーカス（R.E.Lucas）である。そこにおいては，外部性は，公的学習の形態をとることになる。公的学習は，人的資本を増大させ，あらゆる生産要素の生産性に影響を及ぼすことになる。もう一つの異議を提唱したエコノミストにバロー（R.J.Barro）がある。バローは公的投資と結合させた外部性を考案している。外部性の存在は，生産関数において規模に関する収穫逓減性の存在と密接に関連している。しかしながら，上で展開された議論のもつ重要なインプリケーションはこうである。つまり，スピルオーバー効果および，外部性を示すモデルにおいては，持続的成長は外部効果の存在から惹起するものではなく，むしろ蓄積されたあらゆる生産投入において，規模に関する収穫不変の仮定から造出されるものであるということ，これである。

この節においては，資本に関する収穫逓減性が存在しないとする内生的成長モデルを展開する。資本に関する収穫逓減性の存在を舞台に登場させた成長モデルは，新古典派接近法で知られているソロー＝スワン・成長モデルである。

表１ 発展途上国：経済成長の実績

	全体としての発展途上国		アフリカ		アジア		アジア中東地方と欧州		西半球	
	実質ＧＤＰ	一人当たりのＧＤＰ	実質ＧＤＰ	一人当たりのＧＤＰ	実質ＧＤＰ	一人当たりのＧＤＰ	実質ＧＤＰ	一人当たりのＧＤＰ	実質ＧＤＰ	一人当たりのＧＤＰ
1971−81	5.6	3.1	3.7	0.9	5.9	4.0	6.0	2.6	5.9	3.2
1982−92	4.0	1.7	1.9	−0.9	6.7	4.8	2.9	−0.6	1.6	−0.5
1971−92	4.8	2.4	2.8	0.0	6.3	4.4	4.4	1.0	3.7	1.3

資料：P. R. Agénor［1］p. 670

1 ソロー＝スワン・成長モデル

ソローは，当面の主題を吟味するためのモデルを以下のように構成する。2）

⑴ $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$

⑵　$k=K/L$

⑶　$S=sY$

⑷　$S=I$

⑸　$\dot{K}=I-D$

⑹　$D=\delta K$

⑺　$r=\alpha(Y/K)$

⑻　$w=(1-\alpha)Y/L$

⑼　$L=L_0e^{nt}$　あるいは，$\dot{L}=nL$

記号の意味は以下のとおり。Y＝産出量，K＝資本の投入量，L＝労働の投入量，k＝資本集約度，S＝貯蓄，I＝粗投資，s＝貯蓄係数，$\dot{K}$＝資本形成，D＝減価償却，δ＝減価償却率，r＝利潤率，w＝賃金率，A＝技術進歩，e＝自然対数の底，L_0＝出発点のおける労働人口の大きさ。

⑴式は，コブ＝ダグラス型生産関数を表明する。αは資本に関する産出量の弾力性，（１－α）は労働に関する産出量の弾力性を示す。αと（１－α）は，1よりも小さなプラスの定数である。α＋（１－α）＝１である。⑴式の生産関数は一次同次である（規模に関する収穫不変である）と仮定される。

⑵式は可変的な資本集約度の定義を示す。

⑶式は，ケインズ的貯蓄関数である。sは外生的に与えられた貯蓄係数である。

⑷式は粗投資と貯蓄との均等関係がつねに成立することを示す式である。資本ストックの変化は，純投資によって与えられる。この純投資は，粗投資マイナス減価償却に等しい。この関係を表明したものが⑸式である。

⑹式は減価償却の定義を示す。

⑺式と⑻式は，企業の利潤最大化の条件を表明する。労働および資本の完全利用状態が仮定され，また，生産物市場にも，要素市場にも完全競争が支配するものと仮定されている。

⑼式は，労働人口が外生的に与えられたnなる百分率的成長率で指数関数的に成長することを示す。

⑴式の両辺をLで割ると，以下の式が求められる。

⑽　$y=Ak^{\alpha}$

ただし，y＝Y／L。yは労働者一人当たりの産出量（労働生産性）を示す。

順次，⑸式に⑶式，⑷式，⑹式を代入すると，以下の式が求められる。

$\dot{K}=sY-\delta K$

上式の両辺をLで割ると，以下の式が求められる。

⑾　$\dot{K}/L=sy-\delta k$

⑵式を時間tで微分すると，次の式が与えられる。

⑿　$\dot{k}=\dot{K}/L-nk$

上式に⑾式を代入すると，以下の式が求められる。

⒀　$\dot{k}=sy-(\delta+n)k$

この式はソローの基本方程式と呼ばれる式である。この式は，それ以後の新古典派成長理論の線での成長分析の一貫して基礎におかれるようになった式であるといってもよい。

さしあたり，技術進歩Aが時間の経過とともに，コンスタントであると仮定しよう。⒀式の両辺をkで割ると，以下の式が求められる。

⒁　$g_k = \dot{k} / k = sA^{\alpha-1} - (\delta + n)$

上式を図示することにより，当面の問題を可視的に究明することができる。図１がそれである。⒁式の右辺の第１項（$sAk^{\alpha-1}$）は，右下がりの曲線である。この曲線は，k＝０で無限大になっていき，kが無限に増大するにつれて，ゼロに接近していく。⒁式の右辺の第２項（δ＋n）は図にみられるように，水平線として描きだされることになる。

この$sAk^{\alpha-1}$曲線と（δ＋n）直線とが，図にみられるようにR点において交差すると，そこには，長期的恒常成長状態，あるいは，ハロッド流にいえば，$g_n = g_w$の状態が達成されることになる。この２つの曲線の交点において，資本集約度の均衡値が決定される。この恒常成長状態においてはkは一定となる。k＝K／Lが一定の値をとるということは，KとLが同じ相対的成長率で成長する。すなわち，$\dot{K} / K = \dot{L} / L = n$が成立することになる。さらに，このことは，生産関数の一次同次性からして，YもまたK，およびLと同じ相対的成長率で成長することを意味する。したがって，$\dot{Y} / Y = \dot{K} / K = \dot{L} / L = n$が成立する。このような均等関係の成立する状態に対して，黄金時代均衡状態の呼び名が与えられている。

図１　ソロー＝スワン・モデル

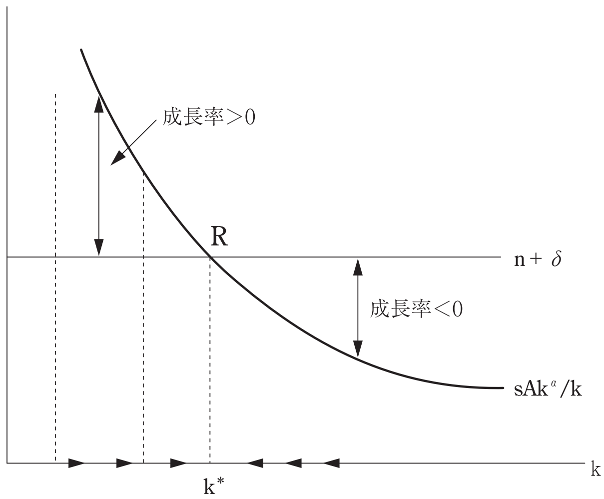


図１において，恒常成長状態の左側では，$sAk^{\alpha-1}$曲線は（n＋δ）曲線の上方に位置することになる。したがって，kの成長率はプラスであり，kは時間とともに拡大する。kが増加するにつれて，$g_k = \dot{k} / k$は低下し，kはk^*に接近するにつれて，g_kはゼロに近づく。経済が，恒常成長状態に漸近していく。この恒常成長状態においては，kは一定にとどまる。反対に，恒常成長状態の右側では，$sAk^{\alpha-1}$曲線は，（n＋δ）曲線の下方に位置することになる。したがって，体系は，大域的に安定的である。換言すれば，R点は左右いずれの方向に対しても強い安定性をもつことなる。この脈絡に関してバーロ（R.J.Barro）は著書「内生的経済成長理論」において，以下のように叙述している。

「これらの帰結の源泉は，資本の収穫逓減性（diminishing returns to capital）にある」。3）

この引用文にみられる資本の収穫逓減性とは何か。図１で恒常成長状態R点の左側においては，資本集約度は相対的に低い水準にある。kが相対的に低い場合，資本の平均生産性Y／K（＝y／k）は，相対的に高くなる。このような性質が資本の収穫逓減性という。仮定によって，家計は生産物の一定割合sを貯蓄し，投資に振り向けられる。したがって，kが相対的に低い水準にある場合，資本１単位当りの粗投資$sAk^{\alpha-1}$は相対的に高くなっている。一方，労働者一人あたりの資本は，（n＋δ）というコンスタントな成長率で減耗している。この結果，$\dot{k}$／kは相対的に高いものになっている。

順次，⑽式を時間tで微分し，そこに得られた結果の両辺をyで割ると，以下の式が求められる。

⒂　$g_y = \dot{y} / y = (\alpha \dot{k} A k^{\alpha-1}) / Ak^{\alpha} = \alpha g_k$

上式は，労働者一人当たりの産出量の成長率を表す。一方，⑽式の両辺に対数をとり，kで微分すると，以下の式が求められる。

⒃　$\alpha = (dy / dk)(k/y)$

⒂式と⒃式から，以下の式が求められる。

⒄　$g_y = \{k(dy / dk) / y\}\ g_k = \alpha g_k$

上式の右辺の括弧の中の式は，利潤分配率を表明する。かくして，⒂式は，または，⒄式においては，g_yとg_kの関係は，利潤分配率に依存しているということが示されている。コブ＝ダグラス型生産関数のケースでは，利潤分配率は定数であり，g_yはg_kのα倍である。4） したがって，g_yの動きはg_kの動きに類似したものになるということができる。

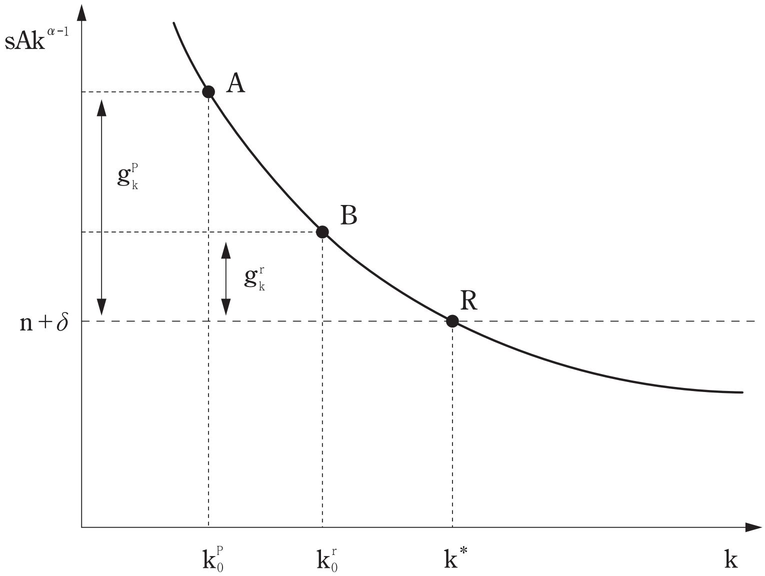
これまでの議論をより一般的にみて見よう。仮に技術進歩がコンスタントな成長率（λ）で増大するならば，ソロー＝スワン・モデルにおいては，有効的労働者一人当たりの産出量，および有効的資本集約度は，恒常成長状態のもとでは，コンスタントに留まり，労働増大的技術進歩に比例的となる。

貯蓄率は長期的には，一人当たりの成長率に対して影響を及ぼすことがないけれども，貯蓄率は恒常成長状態においては一人当たりの産出量に対してプラスの効果をもたらす。さらに，類似的な生産関数はもちろんのこと，類似的な貯蓄と労働人口の成長率をもった諸国は，類似的な一人当たりの産出量の均衡値に収束することになるであろう。この収束性の性質は，比較的に低い生活水準と低い資本集約度のもとで出発する貧困国は，移行期においては，富裕国よりも速く成長し，富裕国に追いつく。しかし，最終的には，この２国は，同じ一人当たりの産出量水準に到達することになる。

図２では，低い初期値k^{p}_{0}をもっている貧困国と高い初期値k^{r}_{0}をもっている富裕国という２つの経済が区別されている。5） 低い資本集約度をもつ貧困国のkの成長率g^{p}_{k}は，高い資本集約度をもつ富裕国のkの成長率g^{r}_{k}よりも確かに高いということになる。貧困国は，移行期においては，富裕国よりも速く成長することになる。それにもかかわらず，双方の２国が，同じ技術進歩A，同じ貯蓄率s，同じ労働人口の成長率，同じ減価償却率δ，をもつならば，この２国は同じ恒常値の資本集約度k＊に収束していくことになるであろう。直感的にみて，このような収束がおこるのは，以下に述べるような経済的根拠によるものである。すなわち，資本の限界生産物が逓減的であるということ，資本ストックが初期において小さいとき，資本ストックの増加が産出量に対して大きな増加分を造出

するということ，などがこれである。反対に，資本ストックが初期において大きいものであれば，この逆が成り立つ。

図２　貧困国と富裕国



新古典派成長モデルは，「成長の源泉」6）の接近法に帰着する。この接近法は，産出量の成長の決定因子を解明することを目的としたお馴染みの実証的方法論である。この接近法は，成長をさまざまな源泉からもたらされる貢献度に分解するために集計的生産関数を利用している。ソローは，1957に論文「技術変化と集計的生産関数」を上梓し，産出量の成長，労働の成長，技術進歩の成長を分解するという接近法を提唱した。いま，⑴技術進歩がヒックス的中立であり，⑵生産関数が一次同次であり，⑶完全競争下における企業の利潤最大化条件が与えられていると想定しよう。このとき，生産関数は，

⒅　$Y = A(t)F(K, L)$

となる。Y＝産出量，K＝資本ストック，L＝労働の投入量，A（t）＝技術進歩。上式の両辺を時間tで微分し，整理すると，以下の式が求められる。

⒆　$\dot{Y}/Y = \dot{A}/A + [(AF_K K)/Y](\dot{K}/K) + [(AF_L L)/Y](\dot{L}/L)$

順次，いま，利潤率をαで示し，賃金分配率（１－α）で示すとすれば，以下の関係式が求められる。

⒇　$\dot{Y}/Y = \dot{A}/A + \alpha\dot{K}/K + (1-\alpha)\dot{L}/L$

㉑　$g_Y = g_A + \alpha g_K + (1-\alpha) g_L$

この場合，$\alpha = (AF_K K)/Y$，$(1-\alpha) = (AF_L L)/Y$

㉒　$g_A = g_Y - \alpha g_K - (1-\alpha) g_L$

かくして，技術進歩率g_A（$=\dot{A}/A$）は，産出量の成長率g_Y（$=\dot{Y}/Y$）から，資本蓄積率g_K（$=\dot{K}/$

K）と利潤分配率αを掛けた積，労働人口の成長率g_Lと賃金分配率（１－α）を掛けた積をそれぞれ，控除した残差物に等しい。⑵式による技術進歩率の計測方法は，ソローの残差法7）として知られている。⑵式の右辺の最初の項であるg_Aは，「全要素生産性成長」（total factor productivity growths）と呼ばれている。しばしば，これは，TFP成長率と呼ばれる。8）ソロー，ジョルゲンソン，グリリュカス，デニソン，ネルソン，といった人々は，この残差法を用いて，産出量の成長の源泉を解明することに心血を注いだ。

表２　成長率の貢献度

	ＧＤＰ成長率	成長率の寄与度			労働力人口１人当たりＧＤＰ成長率
		資本	労働	全要素生産性	
1960－70	4.0（%）	0.8	1.2	1.9	2.2（%）
1970－80	2.7	0.9	1.5	0.2	0.4
1980－90	2.6	0.8	0.7	1.0	1.5
1960－90	3.1	0.9	1.2	1.1	1.4

（注）　この表はＧＤＰの平均年率成長率と，⒇式から導かれる資本，労働，全要素生産性の寄与度とを示している。α＝１/３という値が計算の中で使われている。最後の列は労働力人口１人当たりＧＤＰ成長率を比較のために示している。
（出所）C. I. Jones［５］p.49

表２は，サマーズ＝ヘストンによって調査された「米国のGDP成長とその源泉」に関する資料である。表において，1960－90年までの米国のGDP成長率が，毎年平均3.1%であった。成長率の貢献度を解明すれば，資本蓄積による貢献度は0.9%であり，労働人口の成長による貢献度は1.2%であった。TFP成長率は，1.1%である。これは生産関数に対する投入の成長では，説明できないものである。エコノミストは，この1.1%を「残差物」，あるいは，「無知の程度」と呼んでいる。このTFP成長項の一つの解釈は，これが技術進歩によるものであるという解釈である。

表３　発展途上国：産出量の成長率の分解

	全体としての発展途上国				アフリカ				アジア	
	趨勢ＧＤＰ	資本貢献度	労働貢献度	全要素生産性（ＴＦＰ）	趨勢ＧＤＰ	資本貢献度	労働貢献度	全要素生産性（ＴＦＰ）	趨勢ＧＤＰ	資本貢献度
1971－81	6.0	3.1	1.6	1.3	4.5	2.9	1.4	0.2	6.2	2.9
1982－92	4.2	2.0	1.3	1.0	2.3	1.0	1.5	−0.2	6.8	2.9
1971－92	5.2	2.5	1.3	1.3	3.4	1.9	1.3	0.2	6.5	2.8

	アジア		中東と欧州				西半球			
	労働貢献度	全要素生産性（ＴＦＰ）	趨勢ＧＤＰ	資本貢献度	労働貢献度	全要素生産性（ＴＦＰ）	趨勢ＧＤＰ	資本貢献度	労働貢献度	全要素生産性（ＴＦＰ）
1971－81	1.4	1.9	6.5	4.6	1.9	−	6.2	3.0	2.0	1.3
1982－92	1.1	2.9	3.3	2.1	1.6	−0.4	1.6	1.0	1.3	−0.7
1971－92	1.1	2.6	5.0	3.3	1.6	−	4.0	1.9	1.5	0.5

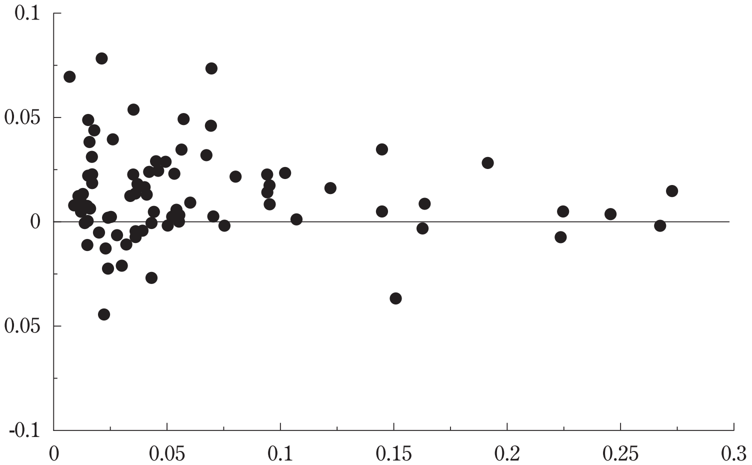
資料：P. R. Agénor［１］p.676

表3は，ピエール・リチャード・アジェンナー教授によって調査された「発展途上国における産出量の成長率」9）の資料である。このデータは，産出量の成長率に対する資本の貢献度が極めて重要なものであるということと，産出量の成長率に対する労働人口の貢献度とTFP成長率とが，同一の割合であることを示している。1971－92年において，発展途上国全体における資本の貢献度は2.5%であり，労働人口の貢献およびTFP成長率は，ともに1.3%である。

産出量の成長率に占める資本の貢献度の構成比は，48%（2.5%÷5.2%）である。このことは，資本の貢献度が産出量の成長に大きな役割をはたしていることを意味する。

表3から明らかになるように，アフリカ，および中東諸国においては，全要素生産性（TFP）成長率は，無視しても差し支えないほどのウェイトである。他方，TFP成長率は，アジアにおいては，2.6%である。産出量の成長率に占めるTFP成長率の構成比は40%（2.6%÷6.5%）である。このことは，アジアでは，TFP成長率が産出量の成長に対して重大な寄与をなしていることを意味する。

図3　絶対収束性の仮説



出所：P. R. Agéner［1］p. 672.

新古典派成長モデルにおいては，資本は，生産過程において収穫逓減性をもつことになるとされる。図3は，世界各国に関するGNPの収束性を調査したものである。縦軸には，一人当たりのGNPの平均成長率が測られ，横軸には一人当たりのGNPが測定されている。本質的には，成長率は初期の状況と相関関係がないということができる。したがって，このサンプルでは，絶対収束性の仮説は棄却される。10）

2　AKモデル

新しい成長文献において，基本的な新古典派成長モデルに組み込まれている資本に対する収穫逓減の仮定を緩和するために，2つの広義的な接近法が台頭してきた。11）一つは，あらゆる生産投入

量を再生産可能な資本のなんらかの形態としてみなすことから成立すると，考える接近法である。この接近法の下では，再生産可能な資本は，物的資本（これは新古典派フレーム・ワークの中でしばしば力説されている）は勿論のこと，他の形態の資本，すなわち，特に人的資本（ルーカス;1988），あるいは，知識状態（ローマー:1966）などで構成される。この方向に沿った単純な成長モデルは，レーベロー（S.Rebelo）によって提示されたAKモデルである。バローは，著書「内生的経済成長理論」のなかで，このAKモデルについて，以下のように叙述している。「依然として，外生的な貯蓄率を仮定し，しかも技術の固定的な水準だけを取り扱う。このような制約にもかかわらず，貯蓄率一定性という型のAKモデルという内生的成長モデルをわれわれは，吟味することができる。このモデルは，初歩的なものではあるけれども，収穫逓減性の排除（elimination of diminishing returns）によって，どのように内生的成長がもたらされるのかを明らかにするのに充分なものである。」12)

収穫逓減性をもたない最も単純なタイプの生産関数は，以下に述べるAK関数である。

(23)　$Y = AK$

この場合，Aは，技術水準を反映しているプラスの定数である。収穫逓減が領域すべてにわたって存在しないということは，非現実的なように思われる。しかし，このような考え方は，広い意味で，Kが，人的資本を含む場合には，もっともらしいものとなる。労働者一人当たりの産出量は，以下の式によって与えられる。

(24)　$y = Ak$

ただし，$k = K/L$である。Kは広義的な資本の尺度を示す。つまり，Kは物的資本ストックおよび人的資本（human capital）の合成された尺度を示す。かくして，上述の生産関数は，線型形態で，かつ規模に関して収穫逓減性をもたないという特性をもっている。資本の平均生産性と資本の限界生産物は，水準Aで一定となる。Aは技術水準に影響を及ぼす要因としてみなされるパラメータである。

順次，ソローの基本方程式(13)式に(24)式を代入すると，次式が求められる。

(25)　$\dot{k} = sAk - (\delta + n)k$

上式の両辺をkで割ると，以下の式が求められる。

(26)　$g_k = sA - (\delta + n)$

上式は，内生的成長モデルの枠組みにおける恒常成長状態のもとでの資本集約度の成長率を示す。この状況を説明したものが図４である。(26)式の右辺の第１項のsAは，横軸に平行な水平線として描かれる。右辺の第２項の$(\delta + n)$は，sA曲線の下方に位置する水平線として描かれる。したがって，ここで留意すべきことは，資本集約度の成長率を示すg_kは，直線sAが$(\delta + n)$を凌駕するということを想定しているという点についての確認である。２つの直線が平行であるから，g_kはコンスタントに留まることになる。特にg_kは，kに依存することはないといえる。換言すれば，「kはつねに恒常成長状態における成長率$g_k^* = sA - (\delta + n)$で成長する」。13)

AKモデルにおいては，生産関数は，$y = Ak$である。これにより，g_yはg_k^*に合致している。このことから，以下の式が求められる。

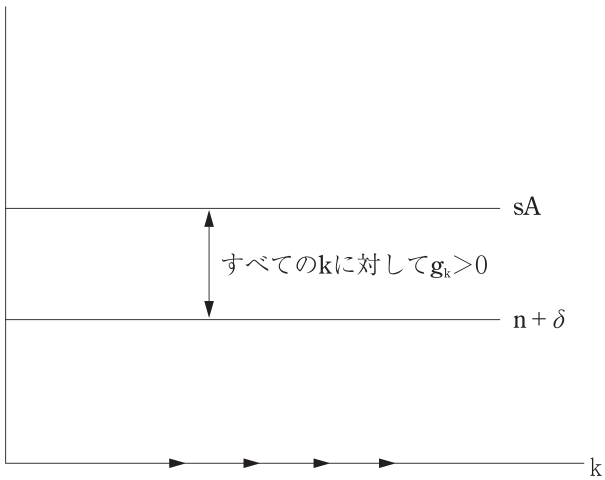
(27)　$g_y = sA - (\delta + n) = g_y^*$

上式は，恒常成長状態における労働者一人当たりの産出量の成長率を示している。(27)式は，仮に，sA＞（n＋n）である場合，労働者一人当たりの産出量の成長率が正であること，および，労働者一

人当たりの所得水準が振幅することなしに上昇することを意味している。

AKモデルのもつ重要なインプリケーション[14]　は，以下のとおり。すなわち，新古典派モデルとは対照的に，貯蓄率の増大は，永続的に労働者一人当たりの産出量の成長率g_y^*を増大させる。さらに，貧困国が富裕国よりも速い成長を達成するということを予測する新古典派成長モデルとは対照的に，AKモデルは，貧困国の生産過程は，初期の所得水準の大きさとは無関係に，富裕国と同じ成長率でもって成長することを意味する。この場合，貧困国の生産過程は，他の国々と同じ技術の素養によって，特殊づけられる。かくして，たとえ国々が同じ技術変化を共有したとしても，同じ貯蓄パターンによって特徴づけられたとしても，AKモデルは，収束性を成立させることはありえないのである。この脈絡について，バロー教授自身に語ってもらうのが一番であろう。「AKモデルでは，絶対的収束性も，条件付収束性も成立することはないのである。」[15]　ピエール・リチャード・アジンナー教授は，著書「マクロ経済学の発展」において，「収束性に関する結果は，極めて，実証的な研究の課題であるように思われる。」[16]　ここでいう「条件付き収束性」とは，アジンナー教授によれば，所得－貯蓄の恒常成長状態水準，および労働人口の成長率に関する決定因子を旨くコントロールされるという前提のもとで，労働者一人当たりの所得が収束する傾向をもつということである。労働者一人当たりの所得の成長率と所得水準との間の重大な相関関係が存在しないということは，収束性仮説に対する証拠として，説明することができない。

図４　ＡＫモデル



３　外部性を含む内生的成長モデル

成長過程の内生化を勘案した，やや幾分か複雑な形態で，集計された生産関数を定式化すると，以下の式が得られる。

⑵8　Y＝A（K）K

この場合，Yは産出量を示す。A（K）は，物的資本K，人的資本H，研究開発資本Rのストックによって経済に賦与された内生的技術変化[17]　を示す。この生産関数においては，さまざまな経済は，明確なA（K）をもっている。このA（K）は，その経済に特定化された技術の適応や技術変化

によって，影響を与えるフィード･バック機構に依存している。このことは，人的資本蓄積の差異，事業のミクロ政策とマクロ政策，政府機構，社会的・物的インフラ構造のアビリティーなどを反映している。もとのソロー型の新古典派成長モデルでのフレーム・ワークにおいては，技術進歩Aは，天から降ってきた天の慈恵物（manna）のごとく，あらゆる経済に対して外生的なものであった。技術進歩Aは，すべての国々において，それ自体の資源，政策，行動とは無関係に同一で成長する。技術進歩Aは，同一の予期された効果を伴いながら，あらゆる経済にたいして作動していくことになる。

内生的成長モデルにおいては，A（K）で示される技術進歩は，特殊な経済の機能に依存している。より明確にいえば，A（K）は，広く定義された資本蓄積率に依存している。これには，物的資本，人的資本，研究開発資本，などが含まれている。A（K）は，その経済の組織的構造とその経済の制度的構造を含んでいる。このような構造は，生産知識のワールド・プールを有効的に利用する経済の生産能力に影響を及ぼす。

かくして，内生的成長理論のフレーム・ワークにおいては，技術水準と技術応用の成長率は，特殊な経済のオペレーションに対して外生的には決定されえないものとなる。技術進歩の速度と，経済の技術の性質は，内生的なものとなる。すなわち，それは，ある特殊な経済の特殊な機能に内在するものとなる。このような定式化を所与として，物的資本Kをより多く蓄積し，人的資本Hをより多く蓄積し，研究開発（R&D）をより多く企画する国々は，これらの投入を緩やかな比率で蓄積している国々と比較して，成長を持続させることができるかもしれないし，時間の経過とともに，経済成長率を加速化することができるかもしれない。事実，個別的な経済の技術進歩の速度は，以下の事情に依存することになるであろう。18)

⑴労働力の教育水準とそれのタイプ。社会が研究開発に投下する投資水準とそれのタイプ。

⑵政府の経済政策；たとえば，研究開発に関する税額控除，労働者の訓練，教育訓練，特許権，著作権法。

⑶民間部門と公共部門において，時間の経過とともに形成された経済・社会の制度的・組織的な能力。

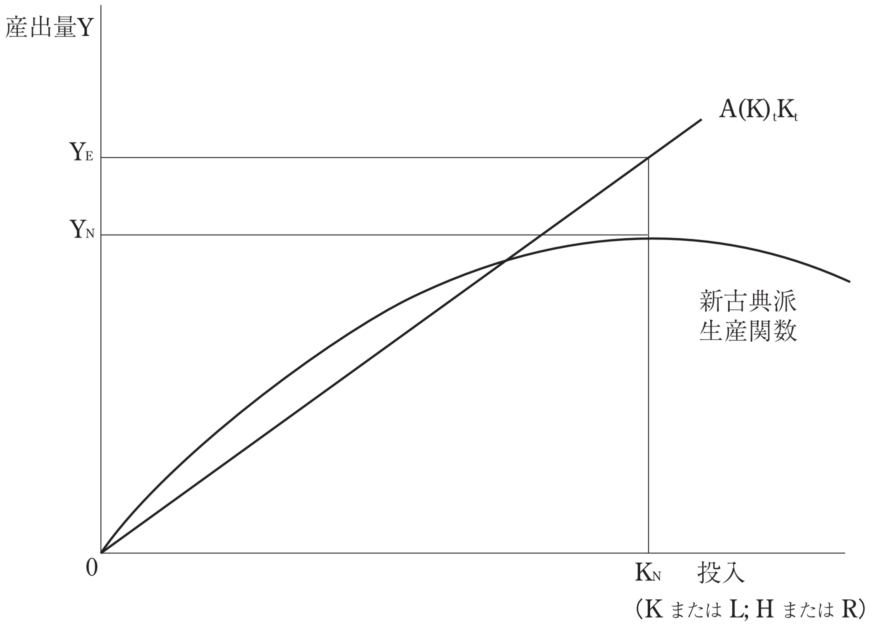
かくして，技術進歩は，あたかもコストレスの公共財であるかのように，それはあらゆる国々に対して，等しく，同一に利用可能となるソロー・モデルにみられたようなAではない。内生的成長モデルにおいては，技術進歩は，当該国特有のものである。さらに，技術進歩は，少なくとも部分的ではあるが，各国でコストをかけて生み出される私的財（private goods）である。このような技術進歩の利潤は，技術の創造者によって，ある程度まで，専有されてもかまわないものである。技術の創造者は，不完全競争の環境のもとで，操業する民間企業であると仮定されている。

図５は，Y＝A（K）Kを想定した内生的成長の生産関数を図示したものである。ソロー型の新古典派の生産関数は，Kに関して収穫逓減性をもつことになる。新古典派の生産関数は，外生的技術進歩に変化が起こるとき，あらゆる経済に対して上方にシフトすることになる。しかし，与えられた生産関数にそって，新古典派生産関数は，横軸に測定された可変的投入に関して収穫逓減性をもつことになる。このことは，図から明らかになるように，Kは増大するにつれて，生産関数の勾配が漸次，小さくなることによって，可視的に確認される。しかしながら，内生的成長モデルの生産関数A（K）においては，可変的，再生産可能な生産要素に関する収穫逓減性は存在しないことにな

る。かくして，新古典派生産関数と収穫逓減性の仮定という枠組みのもとでは，さらなる投資は，Y_Nを上回る総産出量を増大させることができない。これに対して，内生的成長論の枠組みのもとでは，K，H，R&Dへの追加投資は，A（K）直線にそって，Y_Eを上回る産出量を生み出すことができる。そこには，A（K）直線にそって，生産への再生産可能な投入に関する収穫不変が存在することになる。19)

内生的成長モデルに見られるように，各生産投入に関する収穫不変性を所与として受け入れるならば，所得水準の収束性は，可変的投入に関する収穫逓減性の法則を経由して自動的に惹起することができなくなるであろう。なぜならば，増大したK（物的資本，人的資本，研究開発資本）の初期におけるより高いストックは，将来において，より高い成長率に貢献することになるからである。

図５　内生的成長生産関数



III　ローマー・モデル

１　資本蓄積の動学

成長における外生効果がはたす役割を評価することに対するもう一つの接近法は，ローマー（D. Romer）によって提唱された。ローマーの枠組みにおいては，外部性（externality）の源泉は，集計された資本ストックよりは，むしろ知識ストックである。知識は，個々人によって生み出される。新しく生み出された知識は，一時的に，潜在的に人目のつかないままにおかれる。このために，財・サービスの生産は，私的な知識に依存するばかりではなく，集計された知識ストックにも依存することになる。企業，あるいは個々人は，部分的に知識の生産の報酬を得るだけである。したがって，市場均衡は，知識蓄積に対して過少投資を生み出す。知識が技術水準とどの程度まで関連性をもつかについて，ローマーの理論的枠組みは，技術進歩率を内生的に決定されるものとしてみなしてい

る。その後の研究において，ローマーは，研究開発部門と経済の残りの部門との間に，区別を設けたモデルを利用しながら，技術変化への投資決意を内生的に説明している。この枠組みにおいては，企業は知識生産の利益をことごとく専有することができない。このことは，社会的収益率がある形態の資本蓄積に関する私的収益率を上回ることを意味する。かくして，租税，および補助金は，経済の成長率を引き上げるに利用されることになる。

単純化されたローマー・モデルは，以下に述べる特徴を持ち合わせている。

⑴経済は２つの生産部門で構成される。ひとつは，財を生産する部門である。この財生産部門は，物的資本，知識，労働力を生産過程で雇用する。他のひとつは，知識を生産する部門である。この知識生産部門においては，知識ストックを拡大するために，財生産部門と同じ生産要素の投入が利用される。⑵知識生産部門に従事する労働力のウェイトは，χ_Lである。財生産部門に従事する労働力のウェイトは，$(1-\chi_L)$である。同様に，知識生産部門に雇用される資本ストックのウェイトは，χ_Kである。財生産部門に雇用される資本ストックのウェイトは，$(1-\chi_K)$である。知識の総ストックは，双方の生産活動に同時に利用される。

標準的なコブ＝ダクラス型の技術進歩を想定すると，財生産部門における産出量は，以下の生産関数で与えられる。

⑴　$Y=[(1-\chi_K)]^{\alpha}[A(1-\chi_L)L]^{1-\alpha}\quad, 0<\alpha<1$

この場合，Y＝産出量，K＝資本ストック，L＝労働力，A＝技術進歩，α＝資本に関する産出量の弾力性係数，$(1-\alpha)$＝労働に関する産出量の弾力性係数。

⑴式から明らかになるように，$(1-\chi_K)$項目と$(1-\chi_L)$項目の存在，コブ＝ダクラス型関数という制約を除去すれば，この生産関数は，新古典派成長モデルのそれと同一のものである。⑴式は，資本と労働に関する収穫不変を意味している。つまり，技術進歩を所与として，2つの投入を倍増すれば，産出量も倍増することになる。

新しいアイディアの生産は，研究に従事した資本と労働，および技術進歩に依存している。これより，以下の式が求められる。

⑵　$\dot{A}=G(\chi_K K,\ \chi_L L,\ A)$

一般化されたコブ＝ダクラス型生産関数の仮定の下では，この関数は以下の式で与えられる。

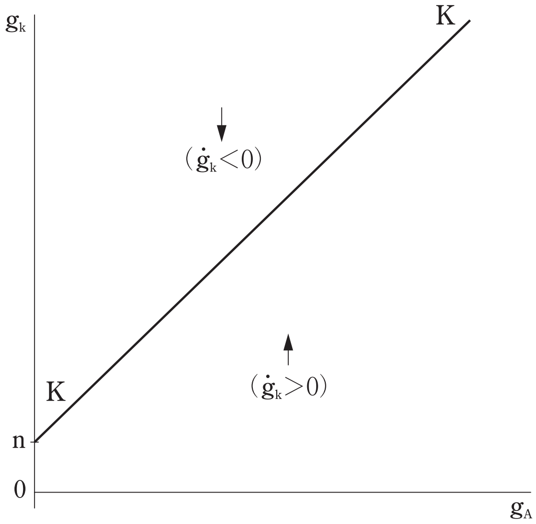
⑶　$\dot{A}=B(\chi_K K)^{\beta}(\chi_L L)^{\gamma}A^{\theta},\quad \beta>0,\ \gamma>0,\ \theta>0,\ B>0.$

この場合，B＝シフト・パラメータ。上式について留意すべきことがある。すなわち，知識に関する生産関数については，資本と労働に関する収穫不変が仮定されていないということ，これである。この脈路について，ローマー（D. Romer）は，著書「上級マクロ経済学」において，次のように叙述している。「投入を倍増すれば，新しい投入部分が以前からの投入と全く同じことを繰り返すことにより，産出量を倍増することができる。しかし，知識生産の場合，既存の投入をおこなっていることを文字どおり複製すれば，同じ内容の発見を２度繰り返してしまうことになり，$\dot{A}$には，変化が惹起しないであろう。したがって，R&Dにおいては，収穫逓減が生じる可能性がある。一方，研究者同士の相互交流や，固定費となる立ち上げ費用などが，きわめて重要であり，資本と労働の投入を倍増すれば，産出量が倍以上になるということもあるかもしれない。したがって，収穫逓増の可能性も勘案しておく必要があるといえよう。」。[20]

これまでの引用文はいくつかの重要な点を指摘している。まず，新しい知識の生産においては，

パラメータであるβ，γ，θなどに依存しながら，収穫逓減，収穫逓増などのケースが惹起されるという点である。さらに，現存の知識ストックの増加が新しい知識の生産に対してどのように影響を及ぼすかについては，アプリオリーに限定するだけの確固たる論拠が存在しない。$\theta=1$ならば，この場合，$\dot{A}$は，Aに比例的になる。知識ストックの増加の効果は，$\theta>1$の場合には，より強く，逆に$\theta<1$の場合には，より弱くなる。

図６　ＫＫ曲線



ソロー・モデルにみられるように，貯蓄と投資との均等が常に成立する。この均等関係は，次式によって与えられる。

⑷　$\dot{K}=sY$

貯蓄関数は，ケインズ的貯蓄関数である。したがって，sは外生的に与えられる貯蓄係数である。

労働人口は，外生的に与えられたnなる百分率的成長率で指数関数的に成長する。これを表明したものが，⑸式である。

⑸　$L=L_0e^{nt}$　または　$\dot{L}=nL$

このモデルには，2つの内生ストック変数（KとA）が存在することになる。このために，モデルは，ソロー＝スワン･モデルよりも分析上，幾ばくか複雑なものになる。⑷式に⑴式を代入すると，以下の式が求められる。

$\dot{K}=s(1-\chi_K)^{\alpha}(1-\chi_L)^{1-\alpha}K^{\alpha}L^{1-\alpha}A^{1-\alpha}$

⑹　$\dot{K}=\phi_K K^{\alpha}L^{1-\alpha}A^{1-\alpha}$

⑺　$\phi_K=s(1-\chi_K)^{\alpha}(1-\chi_L)^{1-\alpha}$

順次，⑹式の両辺をKで割り，整理すると，以下の式が求められる。

⑻　$\dot{K}/K=g_K=\phi_K[AL/K]^{1-\alpha}$

したがって，資本ストックの成長率g_Kは，有効的労働集約度（AL/K）に依存することになる。つまり，g_Kが上昇しているか，低下しているか，コンスタントに留まるかは，（AL/K）の動きに依存

する。この比率（AL/K）の成長率は，以下の式によって与えられる。

⑼　$\dot{g}_K$＝（１－α）（g_A＋n－g_K）

上式から判明するように，仮に（g_A＋n－g_K）が正であれば，g_Kは増大することになり，仮に（g_A＋n－g_K）が負であれば，g_Kは低下することになり，仮に（g_A＋n－g_K）がゼロであれば，g_Kはコンスタントに留まる。この状況を図示したものが図６である。KK曲線は，g_Aとg_Kとの組み合わせを表明したものである。そこではg_Kは，時間の経過とともに，コンスタントに留まることになる。KK曲線の勾配は，１（unity）である[21]。切片はnである。KK曲線よりも上方においては，g_Kは低下している。KK曲線よりも下方においては，g_Kは上昇している。これは，KK曲線の上方の領域では，$\dot{g}_K$＜０となり，その下方の領域では，$\dot{g}_K$＞０であることを意味する。図６においては，g_Kの動きは，南向きおよび北向きのカギ型の矢印で示されている。

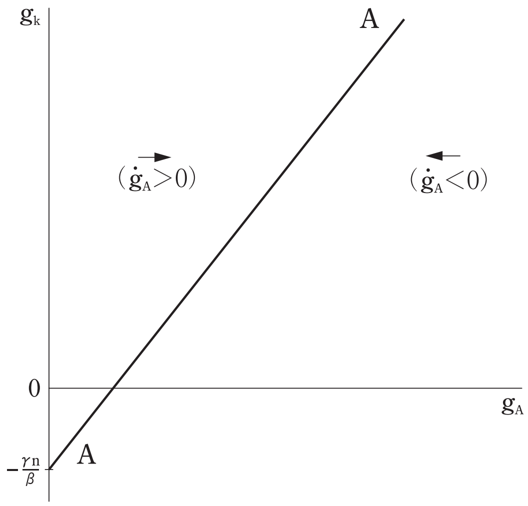
2　知識蓄積率の動学

⑶式の両辺をAで割ると，以下の式が求められる。

⑽　$\dot{A}/A = g_A = \phi_A K^{\beta} L^{\gamma} A^{\theta-1}$

⑾　$\phi_A = B \chi_K^{\beta} \chi_L^{\gamma}$

図７　ＡＡ曲線



⑽式において，B，χ_K，χ_Lが定数である。このことから，⑽式において，g_Aが上昇しているか，低下しているか，あるいは一定に留まるかは，すべて，$K^{\beta}L^{\gamma}A^{\theta-1}$の動きに依存する。⑽式から，$g_A$の動きは，⑿式に依存することが判明する。

⑿　$\dot{g}_A = \beta g_K \quad + \gamma n + \quad (\theta - 1) g_A$

仮に上式の右辺の項目（・）が正であれば，g_Aは上昇することになる。仮に上式の右辺の項目（・）が負であれば，g_Aは低下することになる。仮に上式の右辺の項目（・）がゼロであれば，g_Aはコンスタントに留まる。この状況を図示したものが図７である。この図において，AA曲線は，g_Aとg_Kとの組み合わせを表明する。AA曲線上においては，g_Aは時間の経過にともなって，コンスタントに留

まる。AA曲線は，縦軸上の切片部分が－（$\gamma n/\beta$）であり，その傾斜が（１－θ）/βであるような直線によって表明される。AA曲線の勾配は，一般に不確定である。この図７は，θ＜１のケースを想定して，図示されている。この結果，AA曲線の勾配は，正となる。このAA曲線より上方では，g_Aは上昇しており，このAA曲線の下方では，g_A低下している。これは，AA曲線の上方の領域では，$\dot{g}_A>0$となり，その下方の領域では，$\dot{g}_A<0$となる。図７において，g_Aの動きは東向きおよび西向きのカギ型の矢印で表されている。

ここで，AA曲線の勾配が正となるケースの状況について，説明を加えておこう。AA曲線の勾配が正となるためには，θが１より小さくならねばならない。いま，議論を単純化するために，資本のないモデルを想定しよう。この場合，財生産のための生産関数は，以下の式によって与えられる。

⒀　$Y=A(1-\chi_L)L$

他方，新しい知識を生み出す生産関数は，以下の式によって，与えられる。

⒁　$\dot{A}=B[\chi_L L]^{\gamma}A^{\theta}$

順次，⒁式の両辺をAで割ると，以下の式が求められる。

⒂　$\dot{A}/A=g_A=B\chi_L{}^{\gamma}L^{\gamma}A^{\theta-1}$

B，χ_Lは定数である。g_Aが上昇しているか，低下しているか，あるいは，コンスタントに留まるかは，すべて，$L^{\gamma}A^{\theta-1}$の動きに依存している。上式は，g_Aの成長率がLの成長率のγ倍にAの成長率の（θ－１）倍を加えたものであることを意味している。かくして，以下の式が求められる。

⒃　$\dot{g}_A=\{\gamma n+(\theta-1)g_A\}g_A$

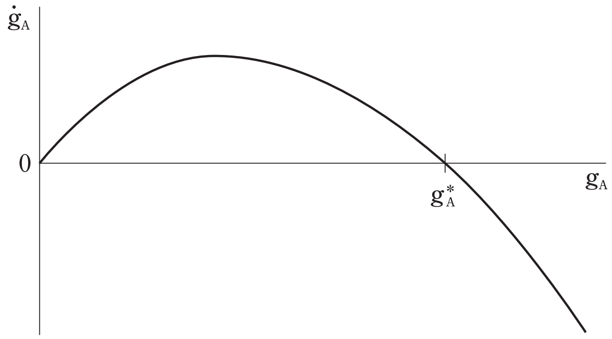
g_Aの動きは，⒃式によって確定する。

⒃式は，知識の生産に関する基本式を表す。この式は，g_Aが常に正値をとることを意味する。かくして，g_Aの動きは，$\{\gamma n+(\theta-1)g_A\}$の符号に依存する。仮に$\{\gamma n+(\theta-1)g_A\}$がプラスならば，$g_A$は上昇する。仮に，$\{\gamma n+(\theta-1)g_A\}$がマイナスであれば，$g_A$は低下する。仮に，$\{\gamma n+(\theta-1)g_A\}$がゼロであれば，$g_A$は，コンスタントに留まる。（16）式において，$\dot{g}_A=0$とおくと，以下の式が求められる。

⒄　$g_A=\gamma n/(1-\theta)=g_A{}^*$

上式から明らかになるように，Aの成長率の変化を解明するためには，θ<1，θ>1，　θ＝１の３つのケースに峻別する必要がある。[22]

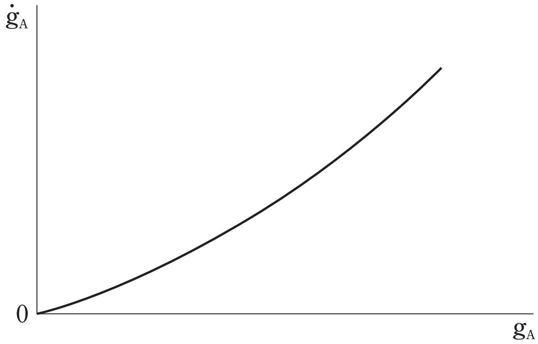
図８　g_A曲線（θ＜１）



ケース；1　θ＜1

θが1よりも小さいならば，⒃式に基づいて，g_A曲線は山形の形状で示されることになる。仮に，g_Aが$g_A{}^*$を上回る場合には，g_A減少する。反対に，仮にg_Aが$g_A{}^*$を下回る場合には，g_A増大する。したがって，その初期条件に係わらず，g_Aは$g_A{}^*$に収束していくことになろう。この様子を位相図で描写したものが，図8である。ひとたび，g_Aが$g_A{}^*$に到達するならば，技術進歩Aと労働者一人当たりの産出量（Y/L）は，ともにこの一定率で成長することになる。この脈路について，ローマー教授自身に語ってもらうのが一番であろう。「このモデルは，われわれにとってはじめての内生的成長モデルの例となる。このモデルでは，ソロー・モデルやラムゼイ・モデルなどの場合とは対照的に，労働者一人当たりの産出量の長期的成長率がモデルで，内生的に確定しており，外生的技術進歩率には依存しない。モデルによれば，労働者一人当たりの産出量の長期的成長率$g_A{}^*$は，労働人口の成長率nの増加関数である。実際，このモデルでは，労働人口の増加が労働者一人当たりの産出量の拡大を持続させる必要条件となる。」23)

図9　g_A曲線（θ＞1）



ケース2；　θ＞1

θが1より大きいならば，⒃式にもとづいて，$\dot{g}_A$はg_Aの増加関数となる。g_Aはプラスであるから，$\dot{g}_A$は必然的に正となる。この状況を描写したものが図9である。この図から明らかになるように，θ＞1の経済システムは，恒常的成長状態に収束することなく，永久的に加速的成長の軌道を辿ることになる。この脈路に関して，ローマー教授は，著書「上級マクロ経済学」の中で，以下のように叙述している。「この場合，新しい知識の生産における知識の有用性が極めて高いので，知識水準の限界的増加は，より多くの新知識の創造につながる。知識の成長率は低下するのではなく，上昇することになる。したがって，ひとたび知識の蓄積が始まると，経済システムは永久的に加速的成長の軌道を辿ることになる。」。24)

ケース3；θ＝1

θが1に等しいならば，⒃式および，⒂式から，以下の式が求められる。

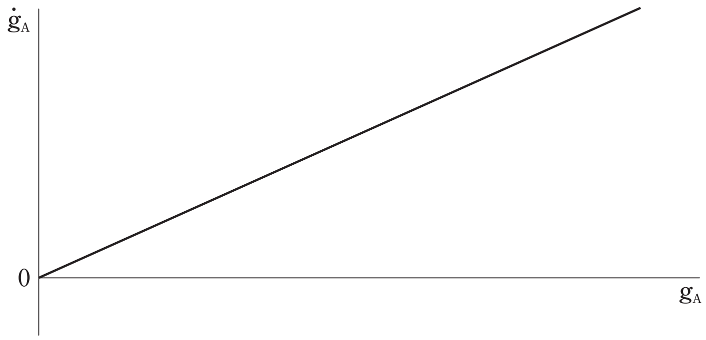
⒅　$\dot{g}_A = \gamma n g_A$

⒆　$g_A = B\chi_L{}^{\gamma}L^{\gamma}$

仮にnが正であるならば，⒅式より，$\dot{g}_A$は時間の経過とともに，増大していくことになる。この状

況を図示したものが図10である。もしもn＝ゼロであれば，g_Aはコンスタントに留まる。この場合，知識は新しい知識を造出するのに丁度ぴったりと，利用される。技術進歩Aの水準は，その成長率には影響を及ぼすことはない。⒆式は，知識，産出量，および労働者一人当たりの産出量の成長率が$B\chi_L^{\gamma}L^{\gamma}$に等しくなることを意味している。

図10　g_A曲線（θ＝１でn＞０）



３　KK曲線とAA曲線 [25]

議論を元に戻そう。⑻式で分析されたように，KK曲線は資本蓄積率の動きを表すものである。このKK曲線は，縦軸上の切片部分がnであり，この傾斜が１であるような直線によって描かれる。他方，AA曲線は知識蓄積の動きを表明するものである。AA曲線は、縦軸上の切片部分が－（γn）/βであり、その勾配は，（１－θ）/βであるような直線によって描かれる。

ところで，⑴式は，財産出のための生産関数を示す。⑶式は，新しい知識を造出する生産関数を示す。そこには，差異がある。財産出のための生産関数は，2つの生産可能要素，資本と知識に関する収穫不変（constant returns to scale）を想定している。かくして，資本と知識の規模に関して，正味で，収穫逓増，収穫逓減，収穫不変のいずれが惹起するか否かは，知識生産関数⑶式が規模に関して，収穫不変を示すか否かに依存している。⑶式は，以下のように書き改められる。

⒇　$\dot{A}=K^{\beta}A^{\theta}(qL^{\gamma})$

(21)　$q=B\chi_K^{\beta}\chi_L^{\gamma}$

⒇式は，新しい知識の生産関数において，AとKの規模に関する収穫度合がβ＋θであることを意味している。詳細にいえば，⒇式，あるいは，⑶式が示すように，知識生産のおけるKとAの規模に関する収穫は，β＋θに依存することになる。つまり，KとAがλ倍されるならば，$\dot{A}$は$\lambda^{\beta+\theta}$倍になる。このことから，経済システムの動きを決定する重要な鍵はθと１ではなく，β＋θと１との比較ということになる。以下において，β＋θ＜1，β＋θ＞1，β＋θ＝1，などの３つのケースを検討する。

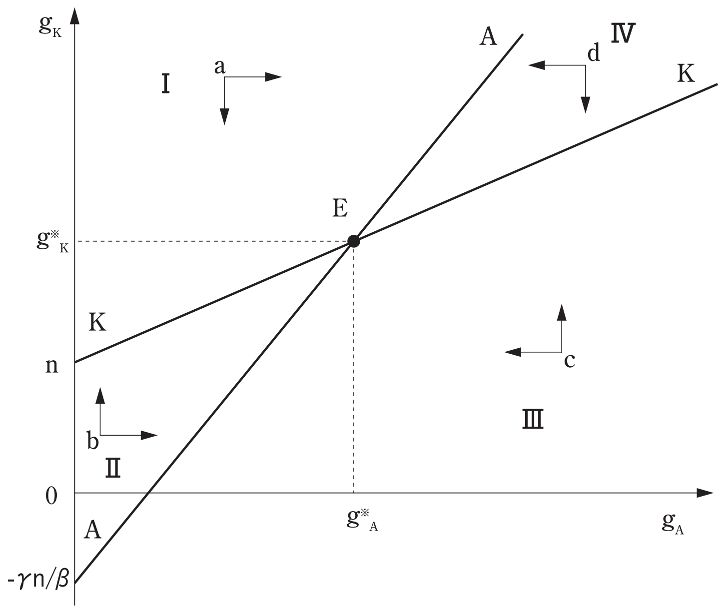
ケース１：β＋θ＜１。

AA曲線の勾配は，（１－θ）/βである。仮に，β＋θ＜１ならば，（１－θ）/βは１より大きくなる。したがって，AA曲線の勾配は，KK曲線の勾配を凌駕することになる。この状況を図示したのが，図11である。AA曲線の上方の領域では，$\dot{g}_A$＞０となる。AA曲線の下方領域では，$\dot{g}_A$＜０とな

る。他方，KK曲線の上方の領域では，$\dot{g}_K<0$となる。KK曲線の下方では$\dot{g}_K>0$となる。

交差する２つの曲線は，図11をローマ数字で示した４つの局面に分割する。局面Ⅰの任意のa点について考えてみよう。そこに付けられている矢印は，システムがこの点に対応するような状態になっている場合，g_Kとg_Aに作られる動学的作用の方向を示している。経済が局面Ⅰの内の任意の状態にある限り，自動的なシステム作用により，g_Aを上昇させ，g_Kを下落させる。同じように，局面Ⅱ，Ⅲ，Ⅳでのそれぞれの動学的なシステム作用の方向は，点b，c，dで付けられている矢印によって，示される。図11において，矢印の方向によって示されるように，g_Aとg_Kの初期値とは無関係に，g_Aとg_Kは，点Eに収束することになる。このE点において，g_Aおよび，g_Kは，ゼロとなる。したがって，このE点におけるg_Aとg_Kの均衡値を$g_A{}^*$と$g_K{}^*$と書けば，それらは，以下の２つの条件を充足しなければならない。

図11　β＋θ＜1



⑳　$g^{※}_K=g_A{}^*+n$

㉓　$g^{※}_A=(\beta+\gamma)n/\{1-(\theta+\beta)\}$

なお，⑳式は，⑼式に$\dot{g}_K=0$を代入することによって，求められる。(23）式は，⑿式に$\dot{g}_A=0$を代入することによって求められる。⑳式から，$g_K{}^*$は$g_A{}^*+n$となる。順次，⑴式において，logをとり，時間tで微分すると，以下の式が求められ。

㉔　$g^{※}_Y=\alpha g^{※}_K+(1-\alpha)(g^{※}_A+n)$

㉔式に⑳式を代入すると，以下の式が求められる。

㉕　$g_Y{}^*=g_A{}^*+n$

このことは，産出量が恒常成長状態においては，$g_K{}^*$の比率で成長することを意味する。順次，⑴式の両辺をLで割ると，以下の式が求められる。

(26)　$Y/L=y=(1-\chi_K)^{\alpha}K^{\alpha}A^{1-\alpha}(1-\chi_L)^{1-\alpha}L^{-\alpha}$

上式において，logをとり，時間tで微分すると，以下の式が求められる。

(27)　$g_y^{*}=\alpha g_K^{*}+(1-\alpha)g_A^{*}-\alpha n$

上式に，$g_A^{*}=g_K^{*}-n$の(22)式を代入すると，以下の式が求められる。

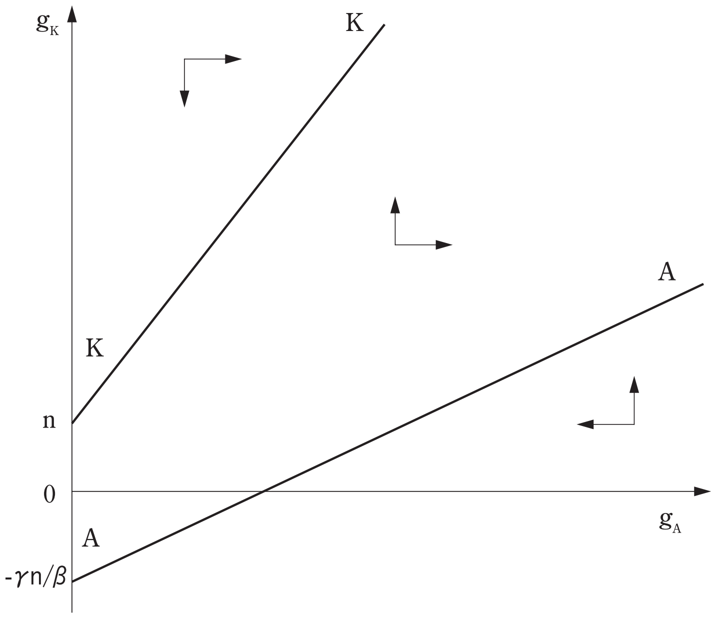
(28)　$g_y^{*}=g_K^{*}-n=g_A^{*}$

(28)式は，労働者一人当たりの産出量y（＝Y/L）が，成長率g_A^{*}で成長することを意味する。かくして，経済の成長率は内生的である。[26]　すなわち，それは，労働人口の成長率の増加関数であり，仮にn＝０であれば，経済の成長率もゼロとなる。知識を生産する部門に従事する労働力と資本ストックの割合（χ_L，χ_K）は，経済の成長率に影響を及ぼすことはない。貯蓄率sも経済の成長率に影響を与えることはない。

ケース２：β＋θ＞１

仮にβ＋θ＞１ならば，（１－θ）/βは，1よりも小さくなる。したがって，AA曲線の勾配は，KK曲線の勾配を下回る。この状況を図示したものが，図12である。この図から明らかになるように，AA曲線とKK曲線の軌跡同士は，お互いに乖離していく。経済の初期値がどこに位置するかとは無関係に，経済は２つの曲線のいずれかの領域に最終的に入っていく。ひとたび，このことが惹起すると，技術Aの成長率と資本の成長率は，ともに荒々しく飛び出すことなく，拡大していく。そこには，恒常成長状態は起こりえないことになる。

図12　β＋θ＞1



ケース３：β＋θ＝１

仮にβ＋θ＝１であるならば，（１－θ）/βは１となる。したがって，AA曲線の勾配は，KK曲線の勾配に等しい。仮にnが正であれば，KK曲線はAA曲線の上方に位置することになる。この状

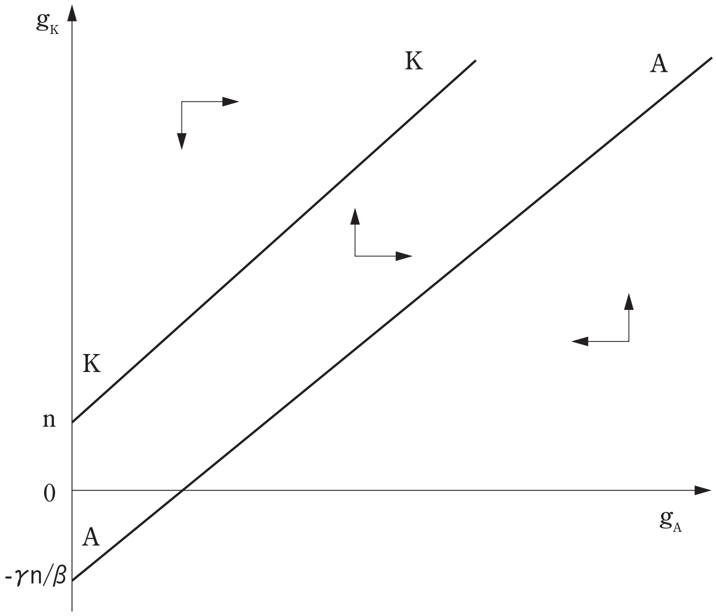
況を図示したものが図13の上半分である。このケースの動学は，β＋θ＞１で観られたケースと類似的となる。

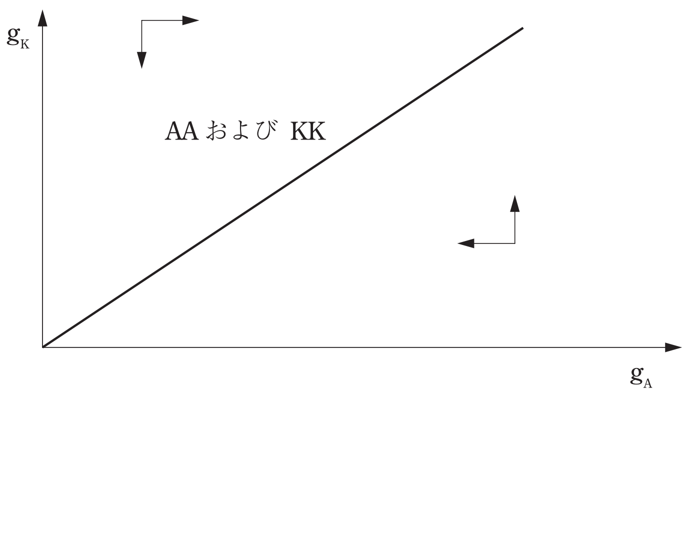
そこでは，恒常成長状態は，惹起しえないことになる。

仮に，n＝０であれば，AA曲線とKK曲線に関しては，2つの曲線が重なり合うことになる。この様子を図示したものが図13の下半分図である。

経済の初期値がどこに位置するかとは無関係に，恒常成長軌道は最終的には，達成される。さらに，この恒常成長軌道は一意的（unique）なものである。この成長軌道上における経済の成長率は，経済のパラメーターに依存することになる。特に，貯蓄率sの上昇は，経済の長期的成長率を増大させることになる。

図13　β＋θ＝1





Ⅳ 結びに代えて

これまでの内生的成長理論の議論から，いくつかの帰結が引き出される。以下のとおり。

⑴ ローマー・モデルにおいて，β＋θ＜１の場合，（１－θ）／βは１よりも大きい。この場合，AA曲線の勾配はKK曲線の勾配を上回る。この結果，g_Kとg_Aは均衡点に到達する。

⑵ g_y*＝g_K*－n＝g_A*は労働者一人当たりの産出量yが成長率g_A*で成長することを意味する。かくして，経済の成長率は内生的（endogenous）となる。明確に言えば，g_A*＝（β＋γ）n／｛1－（θ＋β)｝の式から明らかになるように，g_A*は労働人口の成長率に依存する。仮に，nが増大すれば，g_A*は大きくなる。g_A*の増加はg_y*の増加を造出する。つまり，経済成長率は，労働人口の増加関数となる。また，n＝ゼロであれば，g_A*はゼロとなる。このような状況が成立するのは，β＋θ＜１のケースである。

⑶ 内生的成長モデルにおいては，g_k＝sA－（δ＋n）の式が，ソロー・スワン成長モデルにおける基本方程式に代わって，舞台に登場することになる。

⑷ sA曲線は横軸に平行に描かれ，（δ＋n）曲線も横軸に平行に描かれる。前者が後者を上回るかぎり，資本集約度の成長率g_kは２曲線の垂直距離で示される。２つの曲線が平行であることから，g_kはコンスタントに留まる。換言すれば，kは，恒常成長状態のもとでは，g_k*＝sA－（δ＋n）で成長することになる。

⑸ ソロー・スワン成長モデルにおいては，貧困国は移行過程においては，富裕国よりも速く成長することになる。

注

1）J. Black［10］p. 440.
2）R. M. Solow［６］pp. 65-73. R. Ramanathan［９］pp. 32-46. 伊達邦春［11］pp. 100-110.
3）R. J. Barro［４］p. 34.
4）P. R. Agéner［１］p. 672.
5）P. R. Agénor［１］p. 673.
6）P. R. Agénor［１］p. 673.
7）P. R. Agénor［１］p. 673.
8）C. I. Jones［５］p. 49.
9）P. R. Agénor［１］p. 676.
10）P. R. Agénor［１］p. 677.
11）P. R. Agénor［１］p. 678.
12）R. J. Barro［４］p. 56.
13）R. J. Barro［12］p. 40.
14）P. R. Agénor［１］p. 679.
15）R. J. Barro［12］p. 40.
16）P. R. Agénor［１］p. 679.
17）J. M. Cypher［３］p. 246.
18）J. M. Cypher［３］p. 247.

19）J. M. Cypher［3］p. 248.
20）D. Romer［2］p. 112.
21）P. R. Agénor［1］p. 683.
22）D. Romer［2］pp. 113-118.
23）D. Romer［2］p. 114.
24）D. Romer［2］p. 116.
25）P. R. Agénor［1］pp. 683-686.
26）P. R. Agénor［1］pp. 685-686.

参 考 文 献

［1］ Pierre- Richard Agénor and Peter J. Montiel,“ Macroeconomic Policies and Long- term Growth, ”, “ Development Macroeconomics, ”, Princeton University Press, 1999.
［2］ David Romer,“ Advanced Macroeconomics“ The McGraw- Hill Companies, Inc, 1996.（堀雅博，岩成博夫，南條隆訳，「上級マクロ経済学，」日本評論社，1998.）
［3］ James M. Cypher and James L. Dietz,“ The Process of Economic Development,“ Routledge, Redwood Books, 1997.
［4］ R. J. Barro and X. Sala- i- Martin,“ Economic Growth ”, McGraw- Hill, Inc, 1997.（大住圭介訳，「内生的経済成長論Ｉ」九州大学出版会，1997.）
［5］ Charls I. Jones, “ Introduction to Economic Growth, ” W. W. Norton & Company, Inc. 1998.（香西泰監訳，「経済成長理論入門」，日本経済新聞社，1999.）
［6］ Robert M. Solow,“ A Contribution to the Theory of Economic Growth, “ Quarterly Journal of Economics, vol. 70, February, 1956.
［7］ Robert. M. Solow,“ Technical Change and the Aggregate Production Function, ” Review of Economics and Statistics, August, 1957.
［8］ 伊達邦春，「図説：経済原論」，学文堂，1980.
［9］ Ramu Ramanathan,“ Introduction to the Theory of Economic Growth, ” Springer- Verlag, 1982.
［10］ John Black, “ Dictionary of Economics, ” Oxford University Press, 1997.
［11］ 伊達邦春，「経済変動論」，評論社，昭和42年
［12］ R. J. Barro and X. Sala- i- Martin,“ Economic Growth, ” McGraw- Hill, Inc, 1997.
［13］ T. W. Swan,“ Economic Growth and Capital Accumulation, ” Economic Record, vol. 32, November. 1956.